**Exemplu de aplicare a algoritmului lui Dijkstra**

Fie graful:

**2**

**5**

**6**

**8**

**15**

**10**

**6**

**6**

**2**

Gasiti drumul cel mai scurt de la nodul A la nodul G.

*Rezolvare*

Notam cu X multimea nodurilor definitive si cu Y multimea nodurilor temporare.

Initializare: X={O},Y=Ø, v(O)=0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Pasul 1. Intra in Y toate nodurile care nu sunt in X sau Y si care sunt la extremitatea unui arc care pleaca din X (nodurile in care poti ajunge printr-un arc direct de la un nod definitiv)

{B,C} -> Y => X={O},Y={B,C}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y (pe baza tuturor nodurilor care au valoare si din care se poate ajunge in nodul caruia I se calculeaza valoarea)

B: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y: {O->B}

 O->B: v(B) = v(O) + v(O,B) = 0 + 2 = 2

 Minimul pentru posibilitati: v(B) = min{2} = 2;

C: posibilitati de a ajunge in C din noduri din X sau Y: {O->C}

 O->C: v(C) = v(O) + v(O,C) = 0 + 6 = 6

 Minimul pentru posibilitati: v(C) = min{6} = 6;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima: min{v(B),v(C)} = min {2,6} = 2 pentru B => B intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

 X={O,B}, Y = {C}, v(B)=2, v(C)=6;

**5**

**15**

**2**

**6**

**6**

**2**

**X**

**0**

**6**

**8**

**10**

**2**

**Y**

**6**

Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Pasul 1: D -> Y => X={O,B},Y={C,D}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

C: posibilitati de a ajunge in C din noduri din X sau Y: {O->C}

 O->C: v(C) = v(O) + v(O,C) = 0 + 6 = 6

 Minimul pentru posibilitati: v(C) = min{6} = 6;

D: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y: {B->D,C->D}

 B->D: v(D) = v(B) + v(B,D) = 2 + 5 = 7

C->D: v(D) = v(C) + v(C,D) = 6 + 8 = 14

 Minimul pentru posibilitati: v(D) = min{7,14} = 7;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima: min{v(C),v(D)} = min {6,7} = 6 pentru C => C intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

X={O,B,C}, Y = {D}, v(B)=2, v(C)=6, v(D)=7;

**5**

**15**

**2**

**6**

**2**

**X**

**6**

**0**

**6**

**8**

**10**

**2**

**Y**

**6**

**7**

Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Pasul 1: nu intra nimic in Y => X={O,B,C},Y={D}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

D: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y: {B->D,C->D}

 B->D: v(D) = v(B) + v(B,D) = 2 + 5 = 7

C->D: v(D) = v(C) + v(C,D) = 6 + 8 = 14

 Minimul pentru posibilitati: v(D) = min{7,14} = 7;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima: min{v(D)} = min {7} = 7 pentru D => D intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

X={O,B,C,D}, Y = Ø, v(O)=0, v(B)=2, v(C)=6, v(D)=7;

**2**

**X**

**5**

**15**

**2**

**6Y**

**7**

**6**

**0**

**6**

**8**

**10**

**2**

**6**

Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Pasul 1: E si F intra in Y => X={O,B,C,D},Y={E,F}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

E: posibilitati de a ajunge in E din noduri din X sau Y: {D->E}

 D->E: v(E) = v(D) + v(D,E) = 7 + 10 = 17

 Minimul pentru posibilitati: v(E) = min{17} = 17;

F: posibilitati de a ajunge in F din noduri din X sau Y: {D->F}

 D->F: v(F) = v(D) + v(D,F) = 7 + 15 = 22

 Minimul pentru posibilitati: v(F) = min{22} = 22;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima: min{v(E), v(F)} = min {17,22} = 17 pentru E => E intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

X={O,B,C,D,E}, Y = {F}, v(O)=0, v(B)=2, v(C)=6, v(D)=7, v(E)=17, v(F)=22;

**5**

**15**

**2**

**6**

**2**

**X**

**6**

**0**

**6**

**7**

**8**

**10**

**2**

**6**

**Y**

**17**

**22**

Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Pasul 1: G intra in Y => X={O,B,C,D,E},Y={F,G}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

F: posibilitati de a ajunge in F din noduri din X sau Y: {D->F,E->F}

 D->F: v(F) = v(D) + v(D,F) = 7 + 15 = 22

E->F: v(F) = v(E) + v(E,F) = 17 + 6 = 23

 Minimul pentru posibilitati: v(F) = min{22,23} = 22;

G: posibilitati de a ajunge in G din noduri din X sau Y: {E->G,F->G}

 E->G: v(E) = v(E) + v(E,G) = 17 + 2 = 19

F->G: v(G) = v(F) + v(F,G) = 22 + 6 = 28

 Minimul pentru posibilitati: v(G) = min{19,28} = 19;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima: min{v(F), v(G)} = min {19,22} = 19 pentru G => G intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

X={O,B,C,D,E,G}, Y = {F}, v(O)=0, v(B)=2, v(C)=6, v(D)=7, v(E)=17, v(F)=22, v(G)=29;

**5**

**15**

**2**

**6**

**2**

**X**

**6**

**0**

**6**

**7**

**8**

**10**

**2**

**6**

**Y**

**17**

**22**

**19**

Nodul G a ajuns in X, deci drumul cel mai scurt de la O la G are lungimea v(G)=19 iar drumul care are aceasta lungime poate fi urmarit mergand inapoi de la G la O pe linii rosii (liniile rosii sunt cele pe care s-a obtinut minimul nodului de la finalul liniei) si este:

O -> B -> D -> E -> G

(2+5+10+2 = 19);

Daca dorim sa gasim cele mai scurte drumuri de la O la toate celelalte noduri continuam pana toate nodurile sunt in X;