

Algoritmul lui Ford-Fulkerson

Initializare: Se aduce rețeaua la forma standard și se numerotează nodurile rețelei de transport astfel încât $x_1 = S$ și $x_n = T$;

ETAPA I Se încarcă la maxim toate drumurile de la sursa (S) la destinație (T).

Pasul 1. Se asociază grafului fluxul nul ($\varphi_u = 0$ pentru orice arc u din graf);

Pasul 2. În ordine lexicografică, se ia pe rând fiecare drum D de la nodul inițial la cel final, se calculează valoarea $\Delta_D = \min_{u \in D} (c_u - \varphi_u)$ și se adaugă la fluxul de pe fiecare arc al drumului.

Arcul(arcele) unui drum D pentru care s-a obținut valoarea minimă Δ_D va fi după această adăugare, în mod evident, saturat și deci drumul D va fi încarcat la maxim.

După terminarea etapei I nu mai există nici un drum pe care să mai putem mări fluxul.

Dar, deoarece alegerea drumurilor în ordine lexicografică nu ține cont de structura rețelei, așa cum se poate vedea pe un exemplu, acest procedeu NU asigură întotdeauna găsirea fluxului maxim. Când nu e maxim ajungem la fluxul maxim prin redistribuiri.

ETAPA II Se determină toate redistribuirile care măresc fluxul.

Pentru găsirea unei redistribuiri se folosește un algoritm de marcarea a nodurilor:

Pasul 1. Se marchează nodul inițial s cu 0(zero);

Pasul 2. Pentru fiecare vârf marcat x_i se marchează cu:

- $[+x_i]$ toate vârfurile (C1)**nemarcate** x_j pentru care (C2)**există arcul** (x_i, x_j) și (C3) $\varphi(x_i, x_j) < c(x_i, x_j)$ (adică nodurile spre care mai e loc pentru a se transporta ceva din x_i);
- $[-x_i]$ toate vârfurile (C1)**nemarcate** x_j pentru care (C2)**există arcul** (x_j, x_i) și (C3) $\varphi(x_j, x_i) > 0$ (adică toate nodurile spre care pleacă deja ceva din x_i);

Pasul 3. Se repetă pasul 2 până este marcat nodul final sau până când nu mai poate fi marcat nici un vârf;

Pasul 4. Dacă nodul final a fost marcat atunci fluxul este maxim și algoritmul se oprește, în caz contrar trecându-se la pasul 5;

Pasul 5. Folosind marcajul, găsim lanțul $L = x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_r}$ unde $x_{k_1} = S$, $x_{k_r} = T$ și marcajul oricărui vârf $x_{k_{i+1}}$ este $+x_{k_i}$ sau $-x_{k_i}$. Se calculează:

$$\Delta_L = \min \left(\min_{(x_{k_i}, x_{k_{i+1}})} (c(x_{k_i}, x_{k_{i+1}}) - \varphi(x_{k_i}, x_{k_{i+1}})), \min_{(x_{k_{i+1}}, x_{k_i})} \varphi(x_{k_i}, x_{k_{i+1}}) \right)$$

care se adaugă la fluxul fiecărui arc al lanțului de tipul $(x_{k_i}, x_{k_{i+1}})$ (arc direct) și se scade din fluxul fiecărui arc de tipul $(x_{k_{i+1}}, x_{k_i})$ (arc invers).

Pasul 6. Se șterge marcajul și se reia algoritmul de la pasul 1.

În final, tăietura de valoare minimă este cea în care $V =$ mulțimea nodurilor marcate iar $W =$ mulțimea nodurilor nemarcate.