

$$\max (x_1 + x_2)$$

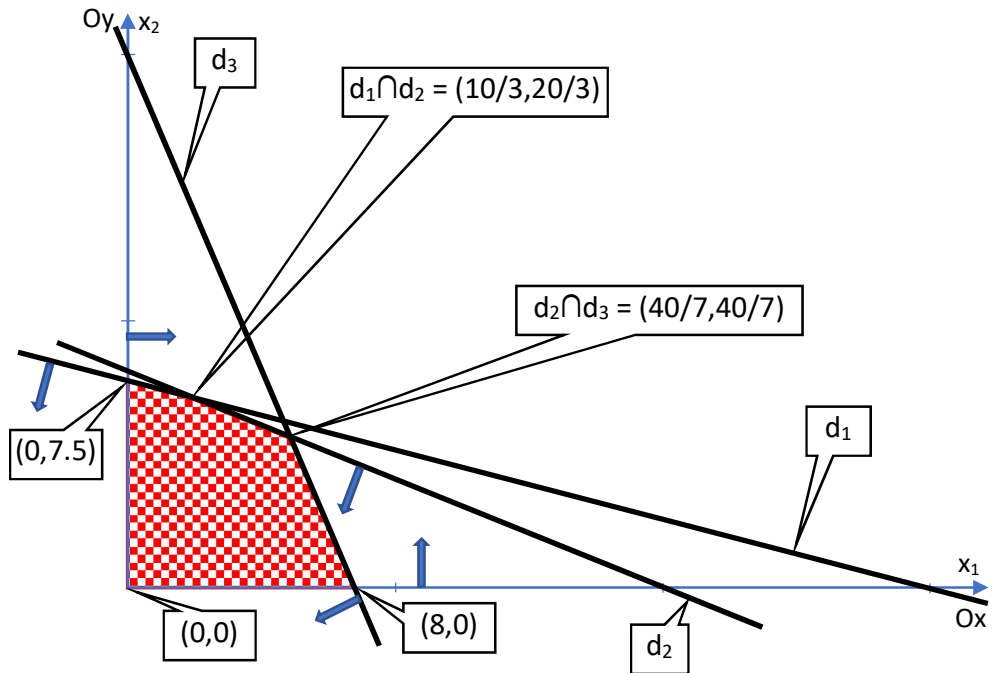
$$x_1, x_2$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 30$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 40$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



Forma Standard

$$\max (x_1 + x_2)$$

$$x_1, x_2$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 30$$

$$2x_1 + 5x_2 + x_4 = 40$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_5 = 40$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0$$

Se observa ca baza  $B_{3,4,5}$  are solutia  $x_3 = 30, x_4 = 40, x_5 = 40$  care este pozitiva, deci putem porni algoritmul simplex de la aceasta:

		c->	1	1	0	0	0	<-c	
C <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	<-x	θ
0	x <sub>3</sub>	30	1	4	1	0	0		30/1
0	x <sub>4</sub>	40	2	5	0	1	0	<-B <sup>-1</sup> A	40/2
0	x <sub>5</sub>	40	5	2	0	0	1		40/5
		0	0	0	0	0	0	<-z	
			-1	-1	0	0	0	<-Δ	

**Criteriul de optim:**  $\Delta \geq 0$ ? NU => solutia nu e optima

**Criteriul de optim infinit:** exista vreun  $\Delta_j$  negativ cu toata coloana  $a_j$  din  $B^{-1}A \leq 0$ ? NU => Nu putem decide acum daca are sau nu optim infinit

**Criteriul intrarii in baza:** intra in baza variabila cu  $\Delta_j$  minim (criteriu sub optimal). In acest caz avem doi  $\Delta_j$  minimi ( $\Delta_1 = \Delta_2 = -1$ ) caz in care il alegem pe primul din stanga ( $\Delta_{\min} = \Delta_1$ ) deci  $x_1$  intra in baza

**Criteriul iesirii din baza:** impartim componentele solutiei ( $x_B$ ) la coloana variabilei care intra ( $a_1$ ) pentru pozitiile strict pozitive din  $a_1$  si raportul minim ( $\theta_{\min} = 40/5$ ) da variabila care iese ( $x_5$ )

*Observatia 1:*  $\Delta$  trebuie ales negativ, altfel valoarea functiei obiectiv nu se imbunatateste iar  $\theta$  trebuie ales pozitiv si minim, altfel noua solutie nu va fi pozitiva

*Observatia 2:* Cresterea functiei obiectiv este  $|\Delta_{\min} * \theta_{\min}| = 40/5 = 8$ , deci noua valoare a functiei obiectiv f va fi  $0 + 8 = 8$

*Observatia 3:* Daca vrem schimbarea de baza cu cea mai mare crestere vom alege acea pereche de variabile pentru care  $|\Delta_{\min} * \theta_{\min}| = \max$ . De exemplu, daca am fi ales sa intre  $x_2$  atunci raportul minim corespunzator era tot  $40/5$ , pentru  $x_4$  deci cresterea era tot 8, astfel incat oricare din cele 2 schimbări era la fel de buna. In acest caz se alege la intamplare oricare dintre acestea.

*Observatia 4.* Daca am fi schimbat  $x_2$  cu  $x_4$  numarul de iteratii ar fi fost cu unu mai mare

*Observatia 5.*  $\Delta_j$  din dreptul bazei sunt toti 0

*Observatia 6.* Deoarece  $\theta_{\min}$  e strict pozitiv nu exista posibilitatea ca algoritmul sa cicleze

**Tabelul simplex corespunzator noii baze:** se obtine prin regulile de pivotare:

1. Pivotul este numarul din  $B^{-1}A$  aflat la intersectia coloanei variabilei care intra cu linia variabilei care iese;
2. Coloana pivotului are 1 la pivot si 0 in rest
3. Linia pivotului se imparte la pivot
4. Celelalte se calculeaza cu regula dreptunghiului

			1	1	0	0	0	
C <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	
0	x <sub>3</sub>	22	0	18/5	1	0	-1/5	275/18
0	x <sub>4</sub>	24	0	21/5	0	1	-2/5	40/7
1	x <sub>1</sub>	8	1	2/5	0	0	1/5	20
		8	0	-3/5	0	0	1/5	

*Observatie:* linia z nu se mai calculeaza deoarece  $\Delta$  se calculeaza prin regulile de pivotare

**Criteriul de optim:**  $\Delta \geq 0$ ? NU => solutia nu e optima

**Criteriul de optim infinit:** exista vreun  $\Delta_j$  negativ cu toata coloana  $a_j$  din  $B^{-1}A \leq 0$ ? NU => Nu putem decide acum daca are sau nu optim infinit

**Criteriul intrarii in baza:** intra in baza variabila cu  $\Delta_j$  minim (criteriu sub optimal). In acest caz avem un  $\Delta_j$  negativ ( $\Delta_2 = -3/5$ ) deci  $x_2$  intra in baza

**Criteriul iesirii din baza:** impartim componentele solutiei ( $x_B$ ) la coloana variabilei care intra ( $a_2$ ) pentru pozitiiile strict pozitive din  $a_2$  si raportul minim ( $\theta_{\min} = 40/7$ ) da variabila care iese ( $x_4$ )

Cresterea functiei obiectiv este  $|\Delta_{\min} * \theta_{\min}| = 3/5 * 40/7 = 24/7$ , deci noua valoare a functiei obiectiv f va fi  $8 + 24/7 = 80/7$

**Tabelul simplex corespunzator noii baze:**

		c->	1	1	0	0	0
C <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>
0	x <sub>3</sub>	<b>10/7</b>	0	0	1	-6/7	1/7
1	x <sub>2</sub>	<b>40/7</b>	0	1	0	5/21	-2/21
1	x <sub>1</sub>	<b>40/7</b>	1	0	0	-2/21	5/21
		80/7	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1/7</b>	<b>1/7</b>

**Criteriul de optim:**  $\Delta \geq 0$ ? DA => solutia e optima

*Observatie:* solutia este multipla daca exista si alti  $\Delta_j$  egali cu 0 in afara de cei corespunzatori bazei

Daca ne uitam la grafic si la tabele observam ca:

1. Toate tabelele contin solutii din varfurile domeniului
2. Orice solutie incepand de la a 2-a corespunde la un varf adiacent printr-o latura la varful solutiei anterioare
3. Orice solutie este mai buna decat cea anterioara
4. Daca in primul tabel schimbam  $x_1$  cu  $x_5$  vom merge pe laturi de la solutia initiala la cea optima pe un traseu (cel verde = 2 iteratii) iar daca schimbam  $x_2$  cu  $x_4$  vom merge pe alt traseu (cel mov = 3 iteratii)

